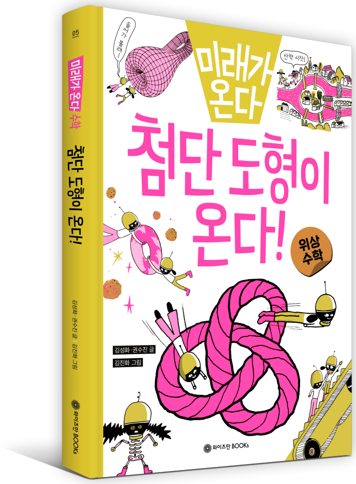
미래가 온다

첨단 도형이 온다!



김성화·권수진 글 | 김진화 그림 | 와이즈만 BOOKs

도넛과 찻잔이 같은 모양이라는 사실, 알고 있나요? 쾨니히스베르크 다리 문제, 뫼비우스의 띠, 그리고 우주의 모양까지, '위상 수학'으로 새로운 모습의 수학을 만날 수 있어요.
놀랍고 흥미진진한 '위상 수학'의 세계로 초대합니다.

1. 책 내용을 확인해요!

Q1 퀴즈를 통해 책에서 본 내용을 다시 떠올려 봐요!

질문	답
① 위상수학에서는 도형을 마치 ______ 위에서 주물럭주물럭 늘이고 줄이는 것처럼 생각해요. 빈칸에 들어갈 알맞은 말은 무엇일까요? (1) 딱딱한 나무판 (2) 요술 고무판 (3) 철판 (4) 종이	

질문	답
② 다음 중 위상 수학적으로 같은 도형 끼리 짝지어진 것은 무엇일까요? (1) 공과 도넛 (2) 삼각형과 오각형 (3) 찻잔과 도넛 (4) 바지와 빨대	
③ 위상 수학에서 '구멍'은 어떤 특징을 가져야 구멍으로 인정될까요?	
④ 뫼비우스의 띠는 앞면과 뒷면이 모두 있는 일반적인 종이띠와 달리 어떤 특별한 특징을 가지고 있나요?	
⑤ 쾨니히스베르크 다리 문제에서 수학자 오일러는 마을을 점으로, 다리를 선으로 바꿔서 생각했어요. 이 문제는 결국 무엇의 개수를 파악하여 해결할 수 있었나요?	
⑥ 이 세상에 도형의 종류가 무한히 많다는 것을 수학자가 어떻게 증명했나요?	
⑦ 고무 찰흙으로 만든 피라미드와 공, 야구 방망이, 항아리가 위상 수학적으로 같은 도형으로 분류되는 이유는 무엇인가요?	
⑧ 뫼비우스의 띠를 만드는 가장 간단한 방법은 종이띠를 길게 잘라 한 번 꼬아 끝을 붙이는 것이라고 했어요. 뫼비우스의 띠의 가장 특별한 특징은 무엇인가요?	
⑨ 쾨니히스베르크 다리 문제를 해결한 오일러처럼, 헨리 벡은 복잡한 런던 지하철 노선도를 단순하게 만들 때 무엇을 무시하고 무엇에 집중했나요?	
⑩ 매듭 이론에서 끈을 찢거나 자르지 않고 풀 수 있는지를 기준으로 매듭을 분류하는데, 세상의 모든 매듭 중에서 가장 간단하며 절대로 풀리지 않는 매듭의 이름은 무엇인가요?	

Q2 다음 문장이 옳으면 O, 틀리면 X에 표시하세요.

질문	답
① 위상수학에서는 도형의 모양이나 크기가 중요해요.	(O , X)
② 고무 찰흙으로 만든 피라미드는 주무르고 늘여서 공으로 만들 수 있기 때문에 위상 수학적으로 같은 도형이에요.	(O , X)
③ 우리 몸의 귓구멍은 고막으로 막혀 있기 때문에 수학에서는 구멍으로 보지 않아요.	(O , X)
④ 빨대는 구멍이 2개인 도형이에요.	(O , X)
⑤ 매듭 이론에서는 끈을 찢거나 자르지 않고 풀 수 있다면 같은 매듭으로 봐요.	(O , X)
⑥ 안경테와 수갑은 구멍의 개수가 같아서 위상 수학적으로 같은 도형으로 분류될 수 있어요.	(O , X)
⑦ 수학적으로 귓구멍은 고막으로 막혀 있기 때문에 구멍으로 보지 않지만, 콧구멍은 항문까지 뚫려 있어 구멍으로 봐요.	(O , X)
⑧ 우리 몸에는 콧구멍, 입, 항문, 그리고 눈물 구멍을 포함하여 총 7개의 수학적 구멍이 있어요.	(O , X)
⑨ 쾨니히스베르크 다리 문제처럼, 모든 다리를 한 번씩만 건너 마을을 모두 돌려면 각 점(마을)에 연결된 선(다리)의 개수가 모두 홀수여야만 해요.	(O , X)
⑩ 수학자 푸앵카레는 밧줄을 달고 우주를 한 바퀴 돈 다음 밧줄을 모두 회수할 수 있다면, 우리 우주가 구멍이 있는 도넛 모양일 것이라고 상상했어요.	(O , X)

2. 깊이 생각하고 탐구해요!

다음 질문들을 읽고 자신의 생각을 자유롭게 적어 보세요.

1. 이 책에서는 위상 수학을 '이상한 수학' 또는 '말랑말랑한 수학'이라고 표현했어요. 왜 그렇게 불리는지 자신의 말로 설명해 보세요.

2. 도넛과 찻잔이 위상 수학적으로 같은 도형이라는 것을 처음 들었을 때 어떤 느낌이 들었나요? 이 사실을 이해하기 위해 어떤 점에 집중해야 했는지 구체적으로 설명해 보세요.

3. 뫼비우스의 띠 위를 걸었던 용감한 아이의 심장이 갑자기 오른쪽에 있게 되거나 화살표의 방향이 바뀌는 기이한 일이 일어난다고 했어요. 이러한 현상이 왜 일어난다고 생각하나요?

4. 쾨니히스베르크 다리 문제를 해결한 오일러처럼, 헨리 벡은 복잡한 런던 지하철 노선도를 단순한 '점과 선'으로 바꾸어 편리하게 만들었어요. 이 두 수학자의 공통된 '위대한 아이디어'는 무엇이라고 생각하나요?

5. 수학자들은 매듭을 연구하며 어떤 매듭은 풀리고 어떤 매듭은 절대 풀리지 않는단 것을 알아냈어요. 왜 이런 '매듭 이론'이 중요한 수학이 될 수 있었는지, 그리고 이것이 우리 생활(예: DNA)에 어떤 영향을 줄 수 있을지 생각해 봅시다.

3. 함께 이야기 나눠요!(독서 토론)

다음 주제에 대해 친구들과 함께 이야기 나누고, 서로의 생각을 공유해 보세요.

1. 책을 읽은 후 위상 수학이라는 새로운 분야를 알게 되면서 수학에 대한 생각이 어떻게 바뀌었는지 이야기해 봅시다.

2. 우리 주변에서 '구멍의 개수'가 같아서 위상 수학적으로 같은 도형으로 분류될 수 있는 것들을 찾아보고, 그 이유를 친구들에게 설명해 보세요.

3. 여러분이 뫼비우스의 띠를 활용하여 새로운 발명품을 만든다면 무엇을 만들고 싶나요? 어떤 용도로 사용할 수 있을지도 이야기해 봅시다.

4. 만약 우리가 살고 있는 우주가 정말로 구멍이 있는 도넛 모양이라면, 우리의 삶이나 과학 탐험은 어떻게 달라질지 자유롭게 이야기해 봅시다.

5. 이 책은 수학을 이야기처럼 재미있게 풀어내고 있어요. 책을 통해 수학이 '이야기'가 될 수 있다는 것을 어떤 부분에서 느꼈나요?

4. 더 깊은 탐구에 도전해요!

이 책을 읽고 궁금해진 내용이나 더 알고 싶은 수학 주제가 있다면 아래 탐구 주제 중 하나를 선택하여 깊이 탐구해 보세요!

1. 우리 주변의 '수학적 구멍'을 찾아라:
책에서 수학적인 구멍은 '뚫려 있어야 구멍'이라고 설명했어요.
이 정의를 바탕으로 우리 주변에서 '수학적 구멍'을 가진 물건이나 장소를 찾아보고, 구멍의 개수를 세어보세요.

2. 나만의 뫼비우스의 띠 실험실:
책에 소개된 대로 '뫼비우스의 띠'를 직접 만들어 보아요.
띠의 한 면에 시작점에서부터 계속 선을 그려보고, 선이 끊어지지 않은 채 한 바퀴를 돌아 제자리로 오는지 확인해 보세요.

3. 우리 동네 쾨니히스베르크 다리 문제:
여러분 동네의 작은 지도나 학교 캠퍼스 지도를 준비해 보세요.
쾨니히스베르크 다리 문제처럼, 여러분이 정한 장소를 '점'으로, 그 장소들을 잇는 길을 '선'으로 단순화하여 그림을 그려보세요.

4. 매듭의 세계로 떠나는 여행:
다양한 종류의 끈 매듭을 조사해보고, '트레포일 매듭'처럼 풀리지 않는 매듭과 풀 수 있는 매듭을 직접 만들어 보세요. 매듭의 꼬인 곳의 개수를 세어보고, 찢거나 자르지 않고 매듭의 모양을 바꾸어 다른 매듭으로 변형시킬 수 있는지 실험해 보세요.

5. 우주의 모양을 상상하다:
여러분만의 방법으로 '우주의 모양'을 탐구하고 상상하는 방법을 고안해 보세요. 만약 우주가 공 모양이나 도넛 모양이 아닌 다른 모양이라면, 어떤 특징을 가질지 그림이나 글로 표현해 봅시다.

5. 수학으로 놀아요!(확장 활동)

배운 내용을 바탕으로 즐겁게 수학과 놀아볼까요?

'도넛 찻잔' 변신 놀이

고무 찰흙이나 점토를 이용해서 구멍이 1개 있는 도넛과 찻잔을 각각 만들어 보세요. 서로 찢거나 자르지 않고 주무르고 늘여서 도넛을 찻잔으로, 찻잔을 도넛으로 변신시켜 보세요. 위상 수학에서는 형태보다 구멍의 개수가 중요하다는 것을 직접 체험할 수 있어요.

우리 몸의 '구멍' 수 세기!

책에서 우리 몸에는 구멍이 7개 있다고 했어요. 눈물 구멍, 콧구멍, 입 등을 세어보면서 우리 몸의 구멍을 찾아봅시다. 그리고 친구들과 함께 몸으로 구멍의 개수가 다른 다양한 도형을 만들어보는 놀이를 해 보세요. (예: 팔짱을 끼면 팔로 만들어지는 구멍의 개수는?)

나만의 '위상 수학 노선도' 만들기

헨리 벡의 이야기처럼, 여러분이 매일 다니는 길(예: 집에서 학교까지)을 '나만의 지하철 노선도'처럼 그려보세요. 실제 거리는 무시하고 중요한 '점'(역)과 '선'(길)만으로 이루어진 지도를 만들어보면서, 위상 수학적인 사고방식을 경험해 보세요.

풀리는 매듭 vs. 안 풀리는 매듭

두꺼운 끈이나 로프를 준비해서 다양한 매듭을 만들어보세요. 책에서 소개된 '트레포일 매듭'처럼 꼬인 곳이 3개인 매듭도 만들어 보세요. 친구들과 서로의 매듭을 보고 '찢거나 자르지 않고' 풀 수 있는지 없는지 챌린지를 해 봅시다.

<05 위상 수학 : 첨단 도형이 온다!> 독후 활동지 (교사용)

학생들의 답변을 안내하고 활동을 촉진하는 데 활용해 주세요.

---

1. 책 내용을 확인해요!

[객관식 **&** 주관식**]**

1. 위상수학에서는 도형을 마치 ________________위에서 주물럭주물럭 늘이고 줄이는 것처럼 생각해요. 빈칸에 들어갈 알맞은 말은 무엇일까요? [p.18-20]

   ① 딱딱한 나무판 ② 요술 고무판 ③ 철판 ④ 종이

2. 다음 중 위상 수학적으로 같은 도형 끼리 짝지어진 것은 무엇일까요? [p.34-39]

   ① 공과 도넛 ② 삼각형과 오각형 ③ 찻잔과 도넛 ④ 바지와 빨대

3. 위상 수학에서 '구멍'은 어떤 특징을 가져야 구멍으로 인정될까요? [p.46]

   답**:** 뚫려 있어야 구멍으로 인정돼요**.**

4. 뫼비우스의 띠는 앞면과 뒷면이 모두 있는 일반적인 종이띠와 달리 어떤 특별한 특징을 가지고 있나요? [p.78]

   답**:** 한쪽만 있는 이상한 도형으로**,** 앞면과 뒷면이 없어요**.**

5. 쾨니히스베르크 다리 문제에서 수학자 오일러는 마을을 점으로, 다리를 선으로 바꿔서 생각했어요. 이 문제는 결국 무엇의 개수를 파악하여 해결할 수 있었나요? [p.60-62]

   답**:** 각 점**(**마을**)**에 모여 있는 선**(**다리**)**의 개수**(**홀수인지 짝수인지**)**를 파악하여 해결할 수 있었어요**.**

6. 이 세상에 도형의 종류가 무한히 많다는 것을 수학자가 어떻게 증명했나요? [p.9-12]

   답**:** 도형을 꼬는 횟수를 계속 늘려가면 무한히 많은 새로운 도형을 만들 수 있다고 설명했어요**.**

7. 고무 찰흙으로 만든 피라미드와 공, 야구 방망이, 항아리가 위상 수학적으로 같은 도형으로 분류되는 이유는 무엇인가요? [p.28-29]

   답**:** 찢지 않고 주무르고**,** 당기고**,** 늘여서 서로의 모양으로 바꿀 수 있기 때문이에요**.**

8. 뫼비우스의 띠를 만드는 가장 간단한 방법은 종이띠를 길게 잘라 한 번 꼬아 끝을 붙이는 것이라고 했어요. 뫼비우스의 띠의 가장 특별한 특징은 무엇인가요? [p.78]

   답**:** 앞면과 뒷면이 없고 한쪽 면만 있는 이상한 도형이라는 특징을 가지고 있어요**.**

9. 쾨니히스베르크 다리 문제를 해결한 오일러처럼, 헨리 벡은 복잡한 런던 지하철 노선도를 단순하게 만들 때 무엇을 무시하고 무엇에 집중했나요?[p.68-73]

   답**:** 실제 거리나 강**,** 숲**,** 공원 같은 지형은 무시하고**,** 역과 역 사이의 연결 순서에 집중했어요**.**

10. 매듭 이론에서 끈을 찢거나 자르지 않고 풀 수 있는지를 기준으로 매듭을 분류하는데, 세상의 모든 매듭 중에서 가장 간단하며 절대로 풀리지 않는 매듭의 이름은 무엇인가요? [p.96]

    답**:** 트레포일 매듭이에요**.**

[O/X 퀴즈] 책 내용이 맞으면 O, 틀리면 X에 표시해 보세요.

1. 위상수학에서는 도형의 모양이나 크기가 중요해요. (O / **X**) [1p.21, 49]
   - 해설**:** 위상 수학에서는 도형을 늘리거나 줄여도 변하지 않는 본질적인 특징에 집중하며, 모양이나 크기는 중요하게 여기지 않습니다.
2. 고무 찰흙으로 만든 피라미드는 주무르고 늘여서 공으로 만들 수 있기 때문에 위상 수학적으로 같은 도형이에요. (**O** / X) [p.28-29]
   - 해설**:** 위상 수학에서는 찢거나 자르지 않고 늘리고 줄여서 서로 변형시킬 수 있는 도형을 같은 도형으로 봅니다.
3. 우리 몸의 귓구멍은 고막으로 막혀 있기 때문에 수학에서는 구멍으로 보지 않아요. (**O** / X) [p.45-46]
   - 해설**:** 수학에서는 '뚫려 있어야' 구멍으로 인정하기 때문에, 고막으로 막혀 있는 귓구멍은 구멍으로 보지 않습니다.

4. 빨대는 구멍이 2개인 도형이에요. (O / **X**) [p.46]
    - 해설**:** 빨대는 한쪽 끝에서 다른 쪽 끝으로 뚫려 있어 구멍이 1개인 도형으로 분류됩니다.
5. 매듭 이론에서는 끈을 찢거나 자르지 않고 풀 수 있다면 같은 매듭으로 봐요. (**O** / X) [p.97, 102-103]
    - 해설**:** 매듭 이론에서 매듭을 분류할 때는 찢거나 자르지 않고 변형했을 때 서로 풀릴 수 있는지 여부가 중요한 기준이 됩니다.
6. 안경테와 수갑은 구멍의 개수가 같아서 위상 수학적으로 같은 도형으로 분류될 수 있어요. (**O** / X) [p.40]
    - 해설**:** 안경테와 수갑 모두 구멍이 2개 있는 도형으로, 구멍의 개수가 같으므로 위상 수학적으로 같은 도형으로 분류될 수 있습니다.
7. 수학적으로 귓구멍은 고막으로 막혀 있기 때문에 구멍으로 보지 않지만, 콧구멍은 항문까지 뚫려 있어 구멍으로 봐요. (**O** / X) [p.44, 46]
    - 해설**:** 위상 수학에서 구멍은 '뚫려 있어야' 인정됩니다. 귓구멍은 고막으로 막혀 있지만 콧구멍은 항문까지 연결되어 있어 구멍으로 봅니다.
8. 우리 몸에는 콧구멍, 입, 항문, 그리고 눈물 구멍을 포함하여 총 7개의 수학적 구멍이 있어요. (**O** / X) [p.50-51]
    - 해설**:** 책에서는 콧구멍, 입, 항문, 그리고 4개의 눈물 구멍을 포함하여 우리 몸에 총 7개의 수학적 구멍이 있다고 설명합니다.
9. 쾨니히스베르크 다리 문제처럼, 모든 다리를 한 번씩만 건너 마을을 모두 돌려면 각 점(마을)에 연결된 선(다리)의 개수가 모두 홀수여야만 해요. (O / **X**) [p.62-63]
    - 해설**:** 쾨니히스베르크 다리 문제에서 모든 다리를 한 번씩만 건너 마을을 모두 돌려면, 각 점에 연결된 선의 개수가 모두 짝수이거나, 홀수점의 개수가 정확히 2개여야 합니다. '모두 홀수여야만 한다'는 틀린 진술입니다.
10. 수학자 푸앵카레는 밧줄을 달고 우주를 한 바퀴 돈 다음 밧줄을 모두 회수할 수 있다면, 우리 우주가 구멍이 있는 도넛 모양일 것이라고 상상했어요. (O / **X**) [p.108-111, 116-117]
    - 해설**:** 푸앵카레는 밧줄을 모두 회수할 수 있다면 우주가 공 모양일 것이라고 상상했으며, 밧줄이 회수되지 않고 걸린다면 구멍이 있는 도넛 모양일 것이라고 상상했습니다. 즉, '회수할 수 있다면' 도넛 모양이 아니라 '회수할 수 없다면' 도넛 모양입니다.

2. 깊이 생각하고 탐구해요**!**

학생들의 자유로운 답변을 존중하되, 다음 핵심 내용을 포함하도록 지도합니다.

1. 문제**:** 이 책에서는 위상 수학을 **'**이상한 수학**'** 또는 '말랑말랑한 수학'이라고 표현했어요. 왜 그렇게 불리는지 자신의 말로 설명해 보세요.

   지도 가이드**:** 위상 수학은 도형의 모양이나 크기가 변해도 (늘리거나 줄여도) 변하지 않는 본질적인 성질(예: 구멍의 개수, 연결성)에 주목하는 수학이기 때문임을 설명하도록 유도합니다. 우리가 평소에 생각하는 '도형'의 개념과는 달라서 '이상하고', 고무판처럼 자유롭게 변형하는 것을 다루므로 '말랑말랑하다'고 표현할 수 있음을 강조합니다.

2. 문제**:** 도넛과 찻잔이 위상 수학적으로 같은 도형이라는 것을 처음 들었을 때 어떤 느낌이 들었나요? 이 사실을 이해하기 위해 어떤 점에 집중해야 했는지 구체적으로 설명해 보세요.

   지도 가이드**:** 학생들이 처음에는 생김새가 다르다는 점에서 혼란을 느꼈을 수 있음을 인정하고, 위상 수학에서는 '구멍의 개수'가 중요한 분류 기준이 됨을 이해하도록 돕습니다. 도넛과 찻잔 모두 구멍이 한 개라는 점에 집중해야 함을 설명하도록 유도합니다. 예를 들어, 찻잔의 손잡이가 도넛의 구멍과 같은 역할을 한다는 점을 설명할 수 있습니다.

3. 문제**:** 뫼비우스의 띠 위를 걸었던 용감한 아이의 심장이 갑자기 오른쪽에 있게 되거나 화살표의 방향이 바뀌는 기이한 일이 일어난다고 했어요. 이러한 현상이 왜 일어난다고 생각하나요?

   지도 가이드**:** 뫼비우스의 띠는 '한쪽만 있는 세상'이며, '앞면과 뒷면이 없는' 특별한 구조를 가지고 있기 때문임을 설명하도록 유도합니다. 띠를 한 번 꼬았기 때문에 한 면을 따라 계속 나아가면 원래 위치의 반대편(좌우 반전된 상태)으로 돌아오게 되는 일반적인 3차원 공간에서는 경험할 수 없는 위상 수학적 특성입니다.

4. 문제**:** 쾨니히스베르크 다리 문제를 해결한 오일러처럼, 헨리 벡은 복잡한 런던 지하철 노선도를 단순한 '점과 선'으로 바꾸어 사람들이 편리하게 이용할 수 있도록 만들었어요. 이 두 수학자의 공통된 '위대한 아이디어'는 무엇이라고 생각하나요?

   지도 가이드**:** 복잡한 실제 공간의 정보를 '점과 선'으로 단순화하여 본질적인 연결성(관계)에 집중하는 사고방식임을 설명하도록 유도합니다. 불필요한 정보(거리, 지형 등)를 제거하고 핵심적인 관계(다리 연결, 역과 역의 순서)만으로 문제를 파악하고 해결책을 찾는 능력이 중요함을 강조합니다.

5. 문제: 수학자들은 매듭을 연구하며 어떤 매듭은 풀리고 어떤 매듭은 절대 풀리지 않는다는 것을 알아냈어요. 왜 이런 '매듭 이론'이 중요한 수학이 될 수 있었는지, 그리고 이것이 우리 생활(예: DNA)에 어떤 영향을 줄 수 있을지 생각해 봅시다.

   지도 가이드: 매듭 이론이 단지 재미있는 연구가 아니라, 양자 역학이나 DNA 구조처럼 실제 복잡한 자연 현상과 연결될 수 있기 때문임을 설명하도록 유도합니다. DNA의 풀림과 꼬임이 생명 활동과 질병에 영향을 줄 수 있다는 점을 언급하여 실생활 연관성을 이해시킵니다. 예를 들어, 암세포나 박테리아의 DNA가 복제될 때 매듭이 풀리지 않게 하여 질병을 막는 연구에 활용될 수 있음을 설명합니다.

3. 함께 이야기 나눠요! (독서토론)

학생들의 자유로운 답변을 격려하되, 서로의 의견을 경청하고 존중하는 분위기를 조성합니다.

1. 문제: 책을 읽은 후 위상 수학이라는 새로운 분야를 알게 되면서 수학에 대한 생각이 어떻게 바뀌었는지 이야기해 봅시다.

   지도 가이드: 학생들이 수학을 '어렵고 딱딱한 계산 과목'에서 '상상력과 이야기로 가득한 과목'으로 인식의 변화를 겪었는지 공유하도록 합니다. '공식보다 이야기'라는 책의 메시지를 상기시켜 주며, 위상 수학이 실제 생활 속에서 어떻게 응용될 수 있는지에 대한 흥미로운 이야기들을 통해 수학이 더욱 친근하게 다가왔는지 논의하도록 합니다.

2. 문제: 우리 주변에서 '구멍의 개수'가 같아서 위상 수학적으로 같은 도형으로 분류될 수 있는 것들을 찾아보고, 그 이유를 친구들에게 설명해 보세요. (예: 안경테와 수갑)

   지도 가이드: 책에서 제시된 예시(안경테, 수갑 - 구멍 2개; 바지 - 구멍 2개; 바지 무릎 구멍 난 경우 - 구멍 3개) 외에 다른 일상생활 속 사물들을 찾아보도록 독려합니다. '구멍의 개수'라는 위상 수학의 핵심 개념을 적용하는 연습을 시킵니다. 예를 들어, 가위(구멍 2개), 의자 등받이(구멍 1개), 포크(여러 개 구멍) 등을 생각해 볼 수 있습니다.

3. 문제: 여러분이 뫼비우스의 띠를 활용하여 새로운 발명품을 만든다면 무엇을 만들고 싶나요? 어떤 용도로 사용할 수 있을지 상상하여 이야기해 봅시다.

지도 가이드: 뫼비우스의 띠가 '한쪽 면만 있다'는 특징과 '두 배로 오래 쓸 수 있다'는 실용적인 장점을 활용한 기발한 아이디어를 생각해 보도록 독려합니다. 예를 들어, 먼지가 묻어도 양면을 쓸 수 있는 청소포, 영원히 돌아가는 장난감, 한 면만 사용하면 되는 끈이나 테이프 등을 상상할 수 있습니다.

4. 문제: 만약 우리가 살고 있는 우주가 정말로 구멍이 있는 도넛 모양이라면, 우리의 삶이나 과학 탐험은 어떻게 달라질지 자유롭게 상상하여 이야기해 봅시다.

   지도 가이드: 푸앵카레의 밧줄 실험을 떠올리게 하며, 구멍의 유무가 우주의 본질적인 형태를 결정한다는 것을 인지하도록 돕습니다. 구멍이 있는 우주에서 공간 이동이나 탐험이 어떻게 달라질지 상상력을 발휘하도록 합니다. 예를 들어, 한 방향으로 계속 나아가면 다른 구멍으로 나올 수 있다거나, 예상치 못한 공간의 연결이 있을 수 있다는 등의 이야기를 나눌 수 있습니다.

5. 문제: 이 책은 수학을 이야기처럼 재미있게 풀어내고 있어요. 책을 통해 수학이 '이야기'가 될 수 있다는 것을 어떤 부분에서 느꼈나요?

   지도 가이드: 쾨니히스베르크 다리 문제, 뫼비우스의 띠의 발견 과정, 헨리 벡의 지하철 노선도 이야기 등 책 속의 구체적인 예시들을 들어 설명하도록 유도합니다. 수학자들이 어떤 문제를 고민하고 어떻게 해결했는지, 그 과정이 흥미로운 이야기처럼 느껴졌는지 공유하도록 합니다.

4. 더 깊은 탐구에 도전해요!

학생들이 스스로 탐구하고 결과를 발표할 수 있도록 안내하고 필요한 자료를 제공합니다.

1. 주제: 우리 주변의 '수학적 구멍'을 찾아라! 지도 가이드:

   '수학적 구멍'의 정의(뚫려 있어야 함)를 다시 한번 상기시켜주고, 실제 구멍의 개수를 세어보고 분류하는 활동을 독려합니다. 구멍의 개수에 따라 분류된 물건들을 사진으로 찍거나 그림으로 그려서 시각적으로 정리하도록 지도합니다. 구멍의 개수를 정확히 세는 것이 중요하며, 일상생활 속 다양한 사물에 위상 수학적 관점을 적용해 보는 연습이 됩니다.

2. 주제: 나만의 뫼비우스의 띠 실험실! 지도 가이드:

뫼비우스의 띠를 직접 만들고 자르는 실험은 매우 효과적인 활동입니다.

- 한 면에 선 그리기**:** 선이 끊어지지 않고 한 면에 그려지는 것을 통해 '한 면'임을 직접 확인하도록 지도합니다.
- 가운데 자르기**:** 뫼비우스 띠를 한가운데를 따라 자르면 원래 길이의 2배인 하나의 큰 띠가 되는 것을 관찰하도록 지도합니다. 이는 매우 놀라운 결과로, 뫼비우스 띠의 위상적 특성을 보여줍니다.
- **3**분의 **1** 지점 자르기**:** 뫼비우스 띠의 3분의 1 지점을 따라 자르면, 한 개의 큰 띠와 작은 띠가 서로 엮여 있는 두 개의 띠가 되는 것을 관찰하고 왜 그렇게 되는지 함께 탐구해 봅니다. (이는 띠를 꼬는 횟수와 자르는 선의 개수에 따라 결과가 달라지는 위상 수학의 흥미로운 부분입니다.)

3. 주제**:** 우리 동네 쾨니히스베르크 다리 문제**!** 지도 가이드**:**

   학생들이 직접 동네 지도를 단순화하여 '점과 선'으로 표현하는 것은 오일러의 아이디어를 직접 적용해보는 훌륭한 활동입니다. 각 점에 연결된 선의 개수(홀수/짝수)를 세어보고, 모든 길을 한 번씩만 지나는 경로가 가능한지 직접 탐구하도록 독려합니다. 홀수점의 개수에 따라 경로의 가능 여부가 달라짐을 스스로 발견하도록 유도하여 수학적 사고력을 기를 수 있습니다.

4. 주제**:** 매듭의 세계로 떠나는 여행**!** 지도 가이드**:**

   다양한 매듭을 직접 만들어보고 '풀리는 매듭'과 '풀리지 않는 매듭'의 차이를 체험하도록 합니다. 특히 '트레포일 매듭'을 만들어보고 '절대 풀리지 않는다'는 의미를 실제 경험을 통해 이해하도록 돕습니다. 끈을 찢거나 자르는 행위 없이 매듭을 변형하는 규칙을 강조하여 위상 수학적 관점을 유지하도록 지도합니다. 이를 통해 매듭의 종류가 무한히 많다는 개념을 직관적으로 이해할 수 있습니다.

5. 주제**:** 우주의 모양을 상상하다**!** 지도 가이드**:**

   푸앵카레의 밧줄 실험을 바탕으로 우주의 형태를 구상하도록 격려합니다. 구멍의 유무가 우주의 위상적 특성을 결정한다는 점에 초점을 맞추고, 상상력을 발휘하여 그림이나 글로 표현하도록 합니다. 밧줄을 회수할 수 있는지 여부가 우주의 구멍 유무를 판단하는 기준이 됨을 다시 한번 설명해 줄 수 있으며, 이는 추상적인 개념을 구체적인 상상으로 연결하는 좋은 기회가 됩니다.

5. 수학으로 놀아요 **(**기타 확장활동**)**

활동에 필요한 재료를 준비하고, 학생들이 즐겁게 참여하도록 분위기를 조성합니다.

1. 활동**: '**도넛 찻잔**'** 변신 놀이**!** 지도 가이드**:**

   고무 찰흙이나 점토를 활용하여 손으로 직접 변형시켜보는 활동은 위상 수학의 핵심 개념인 '연속적인 변형'을 시각적으로, 촉각적으로 체험하는 데 매우 효과적입니다. 형태가 변해도 구멍의 개수는 변하지 않는다는 점을 직접 느끼게 하여 위상 동형의 개념을 쉽게 이해할 수 있습니다.

2. 활동**:** 우리 몸의 **'**구멍**'** 수 세기**!** 지도 가이드**:**

   책에 제시된 우리 몸의 구멍 수(7개)를 확인하고, 수학적 구멍의 정의(뚫려 있어야 함)에 따라 콧구멍이나 눈을 구멍으로 보지 않는 이유를 다시 한번 설명해 줍니다. 몸으로 구멍 개수가 다른 도형을 만드는 놀이는 창의성과 협동심을 기르는 데 도움이 됩니다. 예를 들어, 팔짱을 끼거나 다리를 꼬면서 새로운 구멍을 만들어보고 그 개수를 세어볼 수 있습니다.

3. 활동**:** 나만의 **'**위상 수학 지하철 노선도**'** 만들기**!** 지도 가이드**:**

   헨리 벡의 지하철 노선도처럼, 실제 거리나 지형은 무시하고 주요 지점(점)과 연결된 길(선)만을 표시하여 단순화하는 활동입니다. 이를 통해 복잡한 정보를 핵심적인 연결 구조로 파악하는 위상 수학적 사고를 체험하도록 돕습니다.

4. 활동**:** 풀리는 매듭 **vs.** 안 풀리는 매듭 챌린지**!** 지도 가이드**:**

   다양한 매듭을 만들고 풀기 챌린지를 통해 매듭의 난이도를 직접 경험합니다. 특히 '트레포일 매듭'처럼 '절대 풀리지 않는' 매듭의 존재를 직접 확인하며 수학적 규칙과 불변성을 체험하게 합니다. '찢거나 자르지 않고' 풀 수 있는지 여부가 핵심임을 강조하여 위상 수학적 관점을 유지하도록 지도해 주세요.