

미래가
온다

외계인도 수학을 알까?



김성화·권수진 글 | 김다예 그림 | 와이즈만 BOOKs

이 책은 우리가 흔히 '계산'이라고 생각하는 수학에 대한 고정관념을 깨고, 수학이 우리 주변 모든 곳에 숨어 있으며 얼마나 아름다운지 알려줘요. 외계인도 수학을 할지, $1+1=2$ 가 정말 당연한지, 수학자가 무엇을 하는지 등 우리가 궁금해할 만한 질문들을 던지며 수학의 세계로 안내해 줄 거예요.

1. 책 내용을 확인해요!

Q1

다음 빈칸에 알맞은 단어를 책에서 찾아 써 보세요.

질문

답

- ① 책에 따르면 스마트폰, 유튜브, 비행기 노선, 일기 예보, 유전 공학, 높은 빌딩, 컴퓨터 그래픽, TV채널, 신호등, 심지어 채소에도 _____ 이(가) 숨어 있어요.
- ② 수학자는 수학이 무엇인지 모르면서도 _____ 을(를) 해요.

- ③ 인간이 없고 지구가 없어져도 _____은(는) 사라지지 않고 영원할 것이라고 책은 이야기해요.
- ④ 과학자들은 태어난 지 몇 시간 안 된 갓난아기도 _____이(가) 있다는 것을 알아냈어요.
- ⑤ 사탕 1개, 쿠키 1개처럼 짝을 지어 세지 않고도 어는 것이 더 많은지 알 수 있는 방법을 _____이라고 불러요.
- ⑥ 덧셈의 교환 법칙($a+b=b+a$)처럼, 수학에서 당연하다고 믿는 ‘주춧돌’ 같은 사실을 _____이라고 불러요.
- ⑦ 2에서 2를 빼면 ‘아무것도 없어!’라고 생각하지만, 수학자들은 여기에 새로운 수 _____을(를) 만들었어요.
- ⑧ 사과 1개를 똑같이 2개로 자른 반쪽을 나타내기 위해 _____이(가) 탄생했어요.
- ⑨ 신발을 샀는데 돈이 부족해서 빛이 생겼을 때, ‘빛 2000원’처럼 0보다 더 작은 수를 나타내기 위해 _____이(가) 탄생했어요.
- ⑩ $\sqrt{2}$ 처럼 끝없이 끝없이 이어지고, 다음에 무슨 숫자가 나올지 아무도 모르지만 수직선 위에 분명히 존재하는 수를 _____이라고 불러요.
- ⑪ 곱하면 -1이 되는 수처럼, 수학자가 상상으로 만든 수를 _____이라고 불렀지만, 지금은 전자 공학, 컴퓨터 등 다양한 분야에 쓰여요.
- ⑫ 수학자들이 자신들의 연구에 대해 가장 듣고 싶어 하는 칭찬은 바로 ‘_____’이라고 책은 말해요.

Q2

다음 문장이 옳으면 O, 틀리면 X에 표시하세요.

질문	답
① 《수학의 원리》라는 책에서 $1+1=2$ 를 증명하는 데 362쪽이 필요했어요.	(O , X)
② 수학자들은 눈에 보이는 탁자보다 ' $1+1=2$ '와 같은 수식이 더 현실적이고 영원하다고 느껴요.	(O , X)
③ 사람의 수 감각은 뛰어나서 13개와 12개 중 어느 게 많은지 딱 보고 알 수 있어요.	(O , X)
④ 음수는 너무 꺼림칙하고 가짜 같아서 수학자들은 오랫동안 음수를 수가 아니라고 고집했어요.	(O , X)
⑤ 수학자 크로네커는 “신은 자연수를 만들었고, 나머지는 모두 인간이 만들었다”라고 말하며 음수를 끝까지 믿지 못했어요.	(O , X)
⑥ 수학자들은 수직선이 자연수, 음수, 분수로 가득 차 있다고 생각했지만, 실제로는 텅 비어 있고 무리수가 훨씬 많다는 것을 알게 되었어요.	(O , X)
⑦ 학교에서 배우는 수학은 사실 ‘산수’라고 불러야 하며, 진정한 수학은 계산이 아니에요.	(O , X)
⑧ 수학자들은 아이들이 수학 시험을 칠 때 계산기를 써야 한다고 생각해서 구구단은 외울 필요 없다고 말해요.	(O , X)

2. 깊이 생각하고 탐구해요!

다음 질문들을 읽고 자신의 생각을 자유롭게 적어 보세요.

1. 책에서는 수학이 눈으로 볼 수도, 손으로 잡을 수도 없는 추상적인 것이라고 말해요. 그런데도 사람들은 '2'를 믿고, '1+1=2'를 믿는다고 하는데, 여러분은 왜 사람들이 보이지 않는 수를 믿는다고 생각하나요?

2. 수학자가 수학을 '발견'한다고 말하는 사람과 '발명'한다고 말하는 사람이 있다고 해요. 여러분은 수학이 발견하는 것일까요, 아니면 발명하는 것일까요? 그렇게 생각하는 이유를 책의 내용을 바탕으로 설명해 보세요.

3. 책에는 인간뿐만 아니라 아기, 원시인, 심지어 까마귀, 말, 쥐와 같은 동물들도 '수 감각'이 있다고 설명해요. 여러분의 생활 속에서 '수 감각'을 사용한 경험이 있다면 어떤 것이 있는지 구체적인 예를 들어 설명해 보세요.

4. 책에서 피타고라스 할아버지가 돌맹이를 가지고 수 놀이를 하며 삼각수를 만들고 계산했던 이야기가 나와요. 여러분이 피타고라스 할아버지라면, 어떤 놀이를 통해 새로운 수의 비밀을 탐구해보고 싶나요?

5. 이 책을 읽기 전과 후, '수학'에 대한 여러분의 생각은 어떻게 달라졌나요? 가장 인상 깊었던 내용은 무엇이며, 그 이유는 무엇인가요?

3. 함께 이야기 나눠요!(독서 토론)

다음 주제에 대해 친구들과 함께 이야기 나누고, 서로의 생각을 공유해보세요.

1 여러분은 외계인이 수학을 할 것이라는 주장에 대해 어떻게 생각하나요?

2 수학이 영원하다는 것에 동의하나요? 여러분의 생각을 이야기해 봅시다.

3 학교에서 배우는 수학이 어떻게 바뀌어야 '진정한 수학'이 될 수 있을까요?

4

수학자들은 수학이 아름답기 때문에 수학을 한다고 해요.
여러분은 수학의 쓸모와 아름다움 중 무엇이 중요하다고 생각하나요?

4. 더 깊은 탐구에 도전해요!

이 책을 읽고 궁금해진 내용이나 더 알고 싶은 수학 주제가 있다면
아래 탐구 주제 중 하나를 선택하여 깊이 탐구해보세요!

1. 세상의 다양한 수 체계 탐구:

책에서는 자연수, 0, 분수 등 다양한 수의 탄생 배경을 설명했어요.
고대 이집트, 로마 등 다른 문명권에서는 수를 어떻게 표현하고 사용
했는지 조사하고, 우리가 사용하는 수 체계와 비교해 보세요.

2. 유명한 수학자 알아보기:

책에 언급된 피타고라스, 버트런드 러셀과 화이트헤드, 쿠르트 괴델,
유클리드, 앤드루 와일스 등 유명한 수학자들 중 한 명을 선택하여 그들의
삶과 수학에 기여한 업적을 조사해 보고 발표 자료를 만들어 보세요.

3. 일상 속 '무리수'와 '허수'의 쓰임새:

$\sqrt{2}$ 와 같은 무리수나 허수가 처음에는 이상한 수로 여겨졌지만, 지금은
현대 과학과 기술에 매우 중요하다고 해요. A4 용지 크기나 음악의 화음,
컴퓨터 그래픽, 전자 제품 등 우리 주변에서 무리수나 허수가 실제로
어떻게 활용되는지 구체적인 사례를 찾아보고 설명해 보세요.

4. '무한'의 세계 탐험: 책에서는 0부터 무한대까지 모든 수를 쓸 수 있다는 이야기가 나와요. '무한'이라는 개념은 무엇인지, 수학에서는 무한을 어떻게 다루는지, 혹시 '서로 다른 무한'도 존재할 수 있는지 (예: 자연수의 무한과 실수의 무한) 재밌는 이야기를 찾아 탐구해 보세요.

5. 수학이 숨어 있는 직업 탐구:

수학은 컴퓨터, 비행기, 일기 예보 등 다양한 분야에 쓰여요.
수학이 꼭 필요한 직업을 3가지 이상 찾아보고,
그 직업에서 수학이 어떤 방식으로 활용되는지 자세히 알아보세요.

5. 수학으로 놀아요!(기타 확장 활동)

배운 내용을 바탕으로 즐겁게 수학과 놀아볼까요?

수 감각 챌린지 게임!

○ 준비물:

똑같은 작은 물건 (예: 바둑돌, 사탕, 작은 블록) 여러 개

○ 활동 방법:

1. 친구와 짝을 이루세요.
2. 물건을 두 묶음으로 나누어 보여주세요. 이때 물건의 개수는 친구가 '척 보고' 세기 어려운 개수로 (예: 11개 vs 13개) 준비합니다.
3. 친구가 1초 안에 두 묶음 중 어느 쪽이 더 많은지 '세지 않고' 맞춰보게 합니다.
4. 맞췄다면 다음 번에는 더 비슷한 개수로 도전하고, 틀렸다면 왜 틀렸는지 이야기해 봅니다.
5. 서로 역할을 바꾸어 가며 게임을 해보세요.

○ 활동 후 질문:

세지 않고 맞추는 것이 왜 어려웠나요?
우리의 '수 감각'은 어느 정도까지 정확하게 알 수 있을까요?

일대일 대응으로 물건 비교하기

○ 준비물:

서로 다른 두 종류의 물건
(예: 숟가락과 포크, 신발과 양말, 연필과 지우개)

○ 활동 방법:

1. 두 종류의 물건을 각각 여러 개씩 준비합니다.
(예: 숟가락 7개, 포크 5개)
2. 두 종류의 물건을 하나씩 짝지어 늘어놓습니다.
3. 어느 쪽 물건의 수가 더 많은지 '세지 않고' 알아냅니다.
4. 어느 한쪽의 물건의 수가 남으면, 남은 쪽이 더 많은 것을 확인할 수 있어요.

○ 활동 후 질문:

이 방법이 수학의 시작이라고 하는데, 왜 '일대일 대응'이 수학에 중요하다고 생각하나요?

나만의 삼각수/사각수 돌맹이 놀이

○ 준비물:

작은 돌맹이, 바둑알, 동전 등 같은 모양의 작은 물건 여러 개

○ 활동 방법:

1. 책 72-73쪽을 참고하여 물건들을 삼각형 모양이나 사각형 모양으로 늘어놓아 보세요.
2. 삼각형 모양으로 늘어놓은 '삼각수' (1, 3, 6, 10, 15...)를 직접 만들어 보고, 각 삼각수에 사용된 물건의 개수를 세어보세요.
3. 피타고라스 할아버지처럼 삼각수 두 개를 합쳐 사각형을 만들고, 사각형의 개수를 세어 삼각수의 개수를 알아내는 방법을 시도해 보세요.
4. 사각형 모양으로 늘어놓은 '사각수' (1, 4, 9, 16...)도 만들어 보고, 규칙을 찾아보세요.

○ 활동 후 질문:

돌맹이 놀이를 통해 어떤 새로운 수학적 규칙을 발견했나요?
'수가 마치 돌맹이인 것처럼' 논다는 것이 어떤 의미일까요?

수직선 속 무리수 찾아보기

○ 준비물:

긴 종이 (혹은 바닥에 그릴 수 있는 공간), 자, 연필, 가위

○ 활동 방법:

1. 긴 종이에 수직선을 그리고 0, 1, 2, 3... 등의 정수와 $1/2$, $3/4$ 와 같은 분수들을 표시해 봅니다.
2. 가로 1cm, 세로 1cm인 정사각형을 종이에 그리고 대각선을 그립니다. 이 대각선의 길이가 $\sqrt{2}$ cm예요.
3. 가위로 정사각형을 오려내어 대각선 끝을 0에 맞추어 수직선 위에 놓혀 보세요. 대각선의 다른 한쪽 끝이 닿는 곳이 바로 $\sqrt{2}$ 가 있는 곳이에요.
4. $\sqrt{2}$ 는 끝없이 이어지는 수라는 것을 떠올리며, $\sqrt{2}$ 가 정수나 분수와 어떻게 다른지 이야기해 봅니다.

○ 활동 후 질문:

눈에 보이지 않는 $\sqrt{2}$ 를 수직선 위에 표현하니 어떤 느낌이 들었나요? 왜 수학자들이 무리수를 '괴물 수'라고 불렀을지 이야기해 보세요.

일상생활 속 수학 포토 에세이 만들기

○ 준비물:

카메라 (스마트폰), 스케치북, 필기구

○ 활동 방법:

1. 책 12-15쪽에서 수학이 숨어 있는 다양한 장소나 물건들에 대한 힌트를 얻습니다. (예: 스마트폰, 빌딩, 신호등, 게임 등)
2. 일상생활 속에서 수학이 활용되는 장면을 찾아 사진으로 찍어 보세요.
3. 사진을 스케치북에 붙이고, 어떤 수학적 원리가 숨어있는지, 이 수학이 없다면 어떻게 될지 간단하게 설명하는 글을 써 보세요.

○ 활동 후 질문:

수학이 없는 곳을 찾는 것이 더 어렵다는 책의 말에 동의하나요? 우리의 생활에 수학이 얼마나 깊이 들어와 있는지 깨달은 점을 이야기해 봅니다.

<01 수와 연산> 독서 활동지 (교사용 지도서)

1. 책 내용을 확인해요!

유형 1. 다음 빈칸에 알맞은 단어를 책에서 찾아 써 보세요.

1. 문제: 책에 따르면 스마트폰, 유튜브, 비행기 노선, 일기 예보, 유전 공학, 높은 빌딩, 컴퓨터 그래픽, TV 채널, 신호등, 심지어 채소에다 _____이(가) 숨어 있어요.

정답: 수학 (14p)

해설: 책은 수학이 없는 곳을 찾는 것이 더 어려울 정도로 세상 모든 곳에 숨어 있다고 강조합니다.

2. 문제: 수학자는 수학이 무엇인지 모르면서도 _____을(를) 해요.

정답: 수학 (20p)

해설: 수학자조차도 수학의 본질을 명확히 정의하기 어려워하면서도, 매일 수학을 한다는 내용을 담고 있습니다.

3. 문제: 인간이 없고 지구가 없어져도 _____은(는) 사라지지 않고 영원할 것이라고 책은 이야기해요.

정답: 수학 (22p)

해설: 수학은 시간과 공간을 초월하여 존재하는 불변의 진리라는 개념을 설명합니다.

4. 문제: 과학자들은 태어난 지 몇 시간 안 된 갓난아기도 _____이(가) 있다는 것을 알아냈어요.

정답: 수 감각 (47p)

해설: 인간과 동물이 본능적으로 가지고 있는 수량에 대한 직관적인 인지 능력인 '수 감각'에 대해 설명하고 있습니다.

5. 문제: 사탕 1개, 쿠키 1개처럼 짝을 지어 세지 않고도 어느 것이 더 많은지 알 수 있는 방법을 _____이라고 불러요.

정답: 일대일 대응 (59p)

해설: 수를 세지 않고도 양을 비교할 수 있는 방법으로, 수학의 가장 기본적인 시작점 중 하나로 설명됩니다.

6. 문제: 덧셈의 교환 법칙($a+b=b+a$)처럼, 수학에서 당연하다고 믿는 '주춧돌' 같은 사실을 _____이라고 불러요.

정답: 공리 (65~66p)

해설: 공리는 증명 없이 참으로 받아들이는 수학의 기본 명제로, 수학 체계의 근간이 됩니다.

7. 문제: 2에서 2를 빼면 '아무것도 없어!'라고 생각하지만, 수학자들은 여기에 새로운 수 _____을(를) 만들었어요.

정답: 0 (89p)

해설: '아무것도 없는' 상태를 나타내는 수 '0'의 탄생 배경을 설명합니다.

8. 문제: 사과 1개를 똑같이 2개로 자른 반쪽을 나타내기 위해 _____이(가) 탄생했어요.

정답: 분수 (90p)

해설: 물건을 나누거나 부분량을 표현할 때 필요한 분수의 개념과 탄생을 설명합니다.

9. 문제: 신발을 샀는데 돈이 부족해서 빚이 생겼을 때, '빚 2000원'처럼 0보다 더 작은 수를 나타내기 위해 _____이(가) 탄생했어요.

정답: 음수(92p)

해설: 빚이나 손실 등 '없는 것보다 더 작은' 개념을 표현하기 위해 음수가 필요했음을 설명합니다.

10. 문제: $\sqrt{2}$ 처럼 끝없이 끝없이 이어지고, 다음에 무슨 숫자가 나올지 아무도 모르지만 수직선 위에 분명히 존재하는 수를 _____이라고 불러요.

정답: 무리수 (114p)

해설: 정수나 분수로 나타낼 수 없는, 비순환 무한 소수로 표현되는 수인 무리수의 특징과 발견에 대해 설명합니다.

11. 문제: 곱하면 -1이 되는 수처럼, 수학자가 상상으로 만든 수를 _____이라고 불렀지만, 지금은 전자 공학, 컴퓨터 등 다양한 분야에 쓰여요.

정답: 허수(116~117p)

해설: 처음에는 상상의 수로 여겨졌으나, 현대 과학기술에 필수적인 역할을 하는 허수의 중요성을 설명합니다.

12. 문제: 수학자들이 자신들의 연구에 대해 가장 듣고 싶어 하는 칭찬은 바로 '_____ '이라고 책은 말해요.

정답: 우아하다 (120p)

해설: 수학의 본질적인 아름다움을 나타내는 표현으로, 수학자들이 가장 중요하게 여기는 가치 중 하나입니다.

유형 2. 다음 문장이 옳으면 **O**, 틀리면 **X**에 표시하세요.

1. 문제: 《수학의 원리》라는 책에서 $1+1=2$ 를 증명하는 데 362쪽이 필요했어요.

정답: O (37p)

해설: 1903년 버트런드 러셀과 화이트헤드가 쓴 이 책에서 $1+1=2$ 를 증명하기 위해 방대한 분량이 필요했음을 언급합니다.

2. 문제: 수학자들은 눈에 보이는 탁자보다 ' $1+1=2$ '와 같은 수식이 더 현실적이고 영원하다고 느껴요.

정답: O (40p)

해설: 수학적 개념의 불변성과 영원성을 물리적 현실보다 더 실재하는 것으로 인식하는 수학자들의 관점을 설명합니다.

3. 문제: 사람의 수 감각은 뛰어나서 13개와 12개 중 어느 게 많은지 딱 보고 알 수 있어요.

정답: X (56p)

해설: 책에서는 사람의 수 감각은 13개와 12개처럼 개수 차이가 적을 때는 정확히 구별하기 어렵다고 설명합니다.

4. 문제: 음수는 너무 꺼림칙하고 가짜 같아서 수학자들은 오랫동안 음수를 수가 아니라고 고집했어요.

정답: O (93p)

해설: 음수가 처음 등장했을 때 수학자들 사이에서 거부감이 있었으나, 실생활의 편리함과 방정식 해결에 필요하여 결국 받아들여졌다는 내용을 담고 있습니다.

5. 문제: 수학자 크로네커는 "신은 자연수를 만들었고, 나머지는 모두 인간이 만들었다"라고 말하며 음수를 끝까지 믿지 못했어요.

정답: O (94p)

해설: 크로네커의 명언을 인용하며, 자연수 외의 다른 수들이 인간의 필요에 의해 '발명'되었을 수 있다는 관점을 제시합니다.

6. 문제: 수학자들은 수직선이 자연수, 음수, 분수로 가득 차 있다고 생각했지만, 실제로는 텅 비어 있고 무리수가 훨씬 더 많다는 것을 알게 되었어요.

정답: O (99p)

해설: 수직선이 모든 유리수로 채워질 것이라는 기존의 생각이 깨지고, 유리수 사이에 무수한 무리수가 존재하며 그 수가 유리수보다 훨씬 많다는 놀라운 사실을 설명합니다.

7. 문제: 학교에서 배우는 수학은 사실 '산수'라고 불러야 하며, 진정한 수학은 계산이 아니에요.

정답: O (124p)

해설: 학교 수학이 주로 계산에 초점을 맞추어 '산수'에 가깝고, 수학자들은 계산보다 문제 해결을 위한 사고 과정에 더 집중한다는 점을 강조합니다.

8. 문제: 수학자들은 아이들이 수학 시험을 칠 때 계산기를 써야 한다고 생각해서 구구단은 외울 필요 없다고 말해요.

정답: X (126p)

해설: 수학자들은 계산기를 쓰는 것은 괜찮지만, 구구단처럼 기본적인 계산은 계산기보다 빠르므로 외워야 한다고 말합니다.

2. 깊이 생각하고 탐구해요!

다음 질문들을 읽고 자신의 생각을 자유롭게 적어 보세요.

가이드: 이 코너는 학생들의 자유로운 생각과 상상력을 존중하며, 책 내용을 바탕으로 한 비판적 사고와 연결 능력을 키우는 데 중점을 둡니다. 정답이 정해져 있지 않으므로, 다양한 의견을 경청하고 격려해 주세요.

1. 활동 내용: 책에서는 수학이 눈으로 볼 수도, 손으로 잡을 수도 없는 추상적인 것이라고 말해요. 그런데도 사람들은 '2'를 믿고, ' $1+1=2$ '를 믿는다고 하는데, 여러분은 왜 사람들이 보이지 않는 수를 믿는다고 생각하나요?

가이드/예시 답안:

- 공통의 약속: 우리 모두가 같은 약속을 했기 때문이라고 생각할 수 있어요. 예를 들어 '의자'는 눈에 보이지만, '사랑'은 보이지 않아도 우리는 그 존재를 믿고 이야기해요. 수 또한 사회적 약속과 오랜 경험을 통해 형성된 공통의 개념일 수 있습니다.
- 유용성: 수가 매우 유용하고 세상을 설명하는 데 필수적이기 때문에 믿는다고 볼 수도 있습니다. 만약 수가 거짓이라면 세상의 모든 과학 기술이 무너질 테니까요.
- 영원성/불변성: 책에서 수식은 녹슬고 사라지는 물질과 달리 확실하고 영원하다고 말하는 것처럼, 수가 변하지 않는 진리라고 느껴지기 때문일 수 있습니다.
- 학생들의 개인적인 경험이나 생각과 연결하여 답변을 유도합니다.

2. 활동 내용: 수학자가 수학을 '발견'한다고 말하는 사람과 '발명'한다고 말하는 사람이 있다고 해요. 여러분은 수학이 발견하는 것일까요, 아니면 발명하는 것일까요? 그렇게 생각하는 이유를 책의 내용을 바탕으로 설명해 보세요.

가이드/예시 답안:

- 발견 주장:
 - "수학은 영원해. 인간이 없고 지구가 없어도 수학이 있어!" 라는 문장처럼, 우주가 생기기 훨씬 전부터 수학이 존재했을 것이라는 관점입니다. 달이 지구를 돌고 우주가 수학 공식에 따라 운행되는 것은 마치 수학이 이미 존재하고 우리가 그것을 찾아내는 것처럼 느껴지게 합니다.
 - 천상의 어딘가에 수학의 세계가 있고, 수학자가 보물찾기처럼 수학을 '발견'한다는 견해.
 - 자연수처럼 '너무나 자연스럽게' 사람들 마음에 솟아난 수들.
- 발명 주장:
 - "외계인 수학자가 '돌'을 발명해! 바로 그런 일이 지구에서 일어난 걸!" 이라는 문장처럼, 인간의 필요에 따라 새로운 수를 만들어냈다는 관점입니다 (0, 분수, 음수, 무리수, 허수 등).
 - 수학자가 규칙을 만들고 그 규칙대로 게임을 하듯이 '발명'한다는 견해.
 - 크로네커가 "신은 자연수를 만들었고, 나머지는 모두 인간이 만들었다"고 말한 것처럼, 인간의 인지적, 문화적 활동의 결과물이라는 주장.
- 학생들이 한쪽 주장을 선택하고 그 이유를 명확히 설명하도록 독려합니다. 양쪽 모두 일리가 있음을 인지시켜줍니다.

3. 활동 내용: 책에는 인간뿐만 아니라 아기, 원시인, 심지어 까마귀, 말, 쥐와 같은 동물들도 '수 감각'이 있다고 설명해요. 여러분의 생활 속에서 '수 감각'을 사용한 경험이 있다면 어떤 것이 있는지 구체적인 예를 들어 설명해 보세요.

가이드/예시 답안:

- 일상생활 예시:
 - "친구가 사탕을 두 개씩 가져가는 걸 보고, 내 것이 줄었다는 것을 바로 알았어요."
 - "놀이터에 친구가 많아 보이면 '나도 놀러 가야지!' 하고 생각해요. 몇 명인지 세지 않아도 많아 보이니까요."
 - "엄마가 시장에서 사과 두 봉지를 보여줬을 때, 어느 봉지에 더 많은 사과가 들어있는지 대충 짐작했어요."
 - "컵에 물을 따를 때, 어느 정도 찼는지 딱 보고 '이 정도면 되겠네' 하고 멈춰요."
 - 운동 경기에서 상대편 선수들이 우리 편 선수들보다 많아 보이면 '불리하겠네'하고 직감하는 것.
- '수 감각'의 개념(세지 않고 양을 직관적으로 아는 능력)을 잘 이해하고 자신만의 경험을 연결하는지 확인합니다.

4. 활동 내용: 책에서 피타고라스 할아버지가 돌맹이를 가지고 수 놀이를 하며 삼각수를 만들고 계산했던 이야기가 나와요. 여러분이 피타고라스 할아버지라면, 어떤 놀이를 통해 새로운 수의 비밀을 탐구해보고 싶나요?

가이드/예시 답안:

- 학생들의 상상력 발휘:
 - "동그라미 모양으로 늘어놓는 '원수'를 만들어 볼 거예요."
 - "짝수와 홀수를 짝지어서 어떤 규칙이 있는지 찾아볼 거예요."
 - "돌맹이로 더하기, 빼기 말고 곱하기나 나누기를 표현해 볼 거예요."
 - "높이를 다르게 쌓아 올리면서 3차원 모양의 수를 만들어 볼 거예요."
- 수학적 사고의 즐거움과 탐구 과정을 경험하도록 독려하는 질문입니다. '수가 마치 돌맹이인 것처럼' 논다는 것에 대한 이해를 확인합니다.

5. 활동 내용: 이 책을 읽기 전과 후, '수학'에 대한 여러분의 생각은 어떻게 달라졌나요? 가장 인상 깊었던 내용은 무엇이며, 그 이유는 무엇인가요?

가이드/예시 답안:

- 생각의 변화 예시:
 - "수학은 지루한 계산인 줄 알았는데, 책을 읽고 나니 흥미로운 이야기와 놀라운 발견으로 가득하다는 것을 알았어요."
 - "외계인도 수학을 할 수 있다는 생각이 가장 신기했어요. 수학이 인간만의 것이 아니라는 사실이 놀라웠어요."
 - "무리수나 허수가 처음에는 이상한 수였지만, 지금은 스마트폰이나 인터넷에도 꼭 필요하다는 내용이 인상 깊었어요. 쓸모없어 보이는 것도 나중에 중요해질 수 있다는 것을 배웠어요."
 - "수학자들이 수학을 '아름답다'고 표현하는 것이 신기했어요. 저도 수학에서 아름다움을 찾아보고 싶어졌어요."
- 개인의 독서 경험을 반영하는 질문입니다. 학생들이 책을 통해 얻은 깨달음이나 변화를 자유롭게 표현하도록 돕습니다.

3. 함께 이야기 나눠요! (독서 토론)

가이드: 독서 토론은 학생들이 책의 핵심 내용을 깊이 이해하고, 자신의 생각을 논리적으로 표현하며, 다른 사람의 의견을 경청하는 능력을 키우는 데 중요합니다. 교사는 중립적인 입장에서 토론을 이끌고, 모든 학생이 참여할 수 있도록 독려합니다.

1. 토론 주제: 여러분은 외계인이 수학을 할 것이라는 주장에 대해 어떻게 생각하나요?

토론 가이드:

- 책의 주장 정리: 책에서는 외계 문명이 지구를 찾아낸다면 수학을 알 것이고, 우주와 교신하려면 전파를 이용해야 하는데, 전파를 알려면 수학이 필요하다고 주장합니다. 외계인이 수학을 모른다면 전파를 알 수 없을 것이라고 합니다.
- 찬반 의견 나누기:
 - 찬성: 우주의 물리 법칙은 수학으로 설명될 수 있고, 지적인 생명체라면 우주의 원리를 이해하기 위해 수학적 사고를 할 수밖에 없을 것이다. 전파와 같은 기술 개발도 수학을 기반으로 한다.
 - 반대: 인간의 수학이 유일한 형태의 지적 활동이 아닐 수 있다. 외계 생명체는 우리와 전혀 다른 방식으로 우주를 이해하고 소통할 수도 있다.
- 수학이 보편적인 언어인가에 대한 철학적인 논의로 확장될 수 있습니다.

2. 토론 주제: 수학이 영원하다는 것에 동의하나요? 여러분의 생각을 이야기해 봅시다.

토론 가이드:

- 동의/비동의 이유:
 - 동의: 수학은 자연 법칙을 설명하는 언어이므로, 자연 법칙이 영원한 것처럼 수학도 영원하다. 인간이 발견하기 전에도 존재했을 것이다. (플라톤의 이데아론과 연결 가능)
 - 비동의: 수학은 인간의 사고와 개념화의 산물이다. 인간이 없으면 수학도 개념으로 존재할 수 없다. (수학의 발명론과 연결 가능)
- 수학의 존재론적 본질에 대한 토론을 유도합니다.

3. 토론 주제: 학교에서 배우는 수학이 어떻게 바뀌어야 '진정한 수학'이 될 수 있을까요?.

토론 가이드:

- 책의 주장: 책에서는 학교 수학이 주로 계산에 초점을 맞추어 '산수'에 가깝고, 수학자들은 계산보다 새로운 문제를 발견하고 풀이 과정을 탐구하는 데 집중한다고 설명합니다.
- 진정한 수학이란?:
 - 단순 계산을 넘어 문제 해결 능력, 논리적 사고력, 추론 능력, 창의력, 비판적 사고력을 키우는 것.
 - 일상생활이나 다른 학문과의 연결고리를 찾는 것.
 - 수학의 역사나 철학적 의미를 탐구하는 것.

- 새로운 수학적 질문을 던지고 그 답을 찾아가는 과정.
 - 수업 변화 제안:
 - 계산기 사용을 허용하고, 복잡한 계산보다는 문제 해결 전략에 집중한다.
 - 흥미로운 수학 이야기나 수학자의 일화를 소개한다.
 - 오픈 엔드 문제나 토론 활동을 늘린다.
 - 수학이 실생활에 어떻게 적용되는지 보여주는 활동을 포함한다.
 - 학생들이 직접 교육 과정에 대해 비판적으로 사고하고 개선 방안을 제시하도록 격려합니다.

4. 토론 주제: "수학자들은 수학이 아름답기 때문에 수학을 한다고 해요. 여러분은 수학의 쓸모와 아름다움 중 무엇이 중요하다고 생각하나요?"

토론 가이드:

- 수학의 쓸모: 책에서는 컴퓨터, 비행기, 일기 예보, 건축, 유전 공학, 스마트폰, 인터넷 등 현대 문명의 거의 모든 분야에 수학이 사용된다고 강조합니다. 허수가 양자 역학 연구에 결정적인 역할을 한 것처럼, 처음에는 쓸모없어 보였던 수학이 나중에 엄청난 쓸모를 가지게 되는 예시를 듭니다.
- 수학의 아름다움: 수학자들은 수학을 예술 작품처럼 '우아하다'고 칭찬하며, 쓸모와 상관없이 그 자체로 아름답기 때문에 수학을 한다고 합니다. 피타고라스의 돌멩이 놀이나 $\sqrt{2}$ 의 증명 과정에서 느껴지는 간결함과 논리적 완결성 등에서 아름다움을 찾을 수 있습니다.
- 토론의 초점:
 - 학생들은 수학의 실용적 가치와 내재적 가치 중 어떤 것을 더 중요하게 생각하는가?
 - 이 두 가치는 서로 분리될 수 있는가, 아니면 상호 보완적인가?
 - 학생들이 경험한 수학에서 '쓸모'와 '아름다움'을 느낀 순간은 언제였는가?
- 수학에 대한 다양한 가치관을 탐색하고 존중하도록 돕습니다.

4. 더 깊은 탐구에 도전해요!

가이드: 이 코너는 학생들이 책을 통해 얻은 흥미를 바탕으로 스스로 주제를 선정하고 탐구하는 자기 주도 학습을 장려합니다. 제시된 주제 외에 학생 개인이 궁금한 점을 탐구하는 것도 좋습니다. 필요한 경우 도서관 이용법이나 온라인 자료 검색법 등을 안내해 주세요.

1. 세상의 다양한 수 체계 탐구:
 - 탐구 내용: 고대 문명의 수 체계 (예: 이집트 상형 문자 수, 로마 숫자, 마야 숫자, 바빌로니아 쐐기 문자) 조사. 각 수 체계의 특징 (기수법, 진법, 0의 유무 등)과 현대 10진법과의 비교.
 - 참고 자료: 수학사 관련 서적, 문명사 책, 인터넷 자료 (예: 위키백과 '수사' 또는 '진법').
2. 유명한 수학자 알아보기:

- 탐구 내용: 선택한 수학자의 생애, 주요 업적 (어떤 문제를 풀었는지, 어떤 개념을 만들었는지), 그 업적이 후대에 미친 영향.
 - 참고 자료: 책에 언급된 참고 문헌, 수학자 전기, 다큐멘터리.
 - 팀: 책에 언급된 수학자: 피타고라스, 버트런드 러셀, 화이트헤드, 쿠르트 괴델, 유클리드, 크로네커, 데카르트, 파스칼, 카르다노, 비에트, 앤드루 와일스 등.
3. 일상 속 '무리수'와 '허수'의 쓰임새:
- 탐구 내용:
 - 무리수: 황금비, A4 용지의 비율 ($\sqrt{2}$), 음악의 화음, 건축물의 안정성 계산 등.
 - 허수: 전기 회로 (교류 분석), 양자 역학, 신호 처리 (음향, 이미지), 컴퓨터 그래픽, 제어 시스템 등.
 - 참고 자료: 생활 속 수학 관련 서적, 과학 잡지, 특정 기술 분야 (전자공학, 물리학) 관련 자료.
4. '무한'의 세계 탐험:
- 탐구 내용: '무한'의 개념 정의. 무한대의 종류 (셀 수 있는 무한 vs 셀 수 없는 무한, 칸토어의 무한 개념). 무한급수, 무한소 등 무한과 관련된 수학적 개념.
 - 참고 자료: 수학 개념 서적, 대중 과학 서적 중 '무한'을 다룬 책. (예: 조지프 메이저, 《무한: 시작도 끝도 없는 이야기》).
5. 수학이 숨어 있는 직업 탐구:
- 탐구 내용: 선택한 직업군 (예: 데이터 과학자, 건축가, 게임 개발자, 항공기 설계사, 의사(의료 영상 분석), 금융 전문가, 기상학자, 암호학자 등)에서 수학이 어떻게 활용되는지 구체적인 업무와 연결하여 설명. 필요한 수학적 지식이나 기술.
 - 참고 자료: 진로 교육 자료, 직업 인터뷰, 관련 분야 서적.

5. 수학으로 놀아요!(기타 확장 활동)

가이드: 이 활동들은 학생들이 직접 참여하여 수학 개념을 몸으로 익히고, 즐겁게 수학을 경험할 수 있도록 돕습니다. 교사는 활동에 필요한 준비물을 미리 준비하고, 학생들이 안전하고 즐겁게 참여할 수 있도록 지도합니다.

1. '수 감각' 챌린지 게임!
 - 목표: 세지 않고 양을 직관적으로 비교하는 '수 감각'의 한계와 능력을 경험하게 한다.
 - 교사 가이드: 처음에는 개수 차이가 큰 물건으로 시작하여 성공 경험을 제공하고, 점차 개수 차이가 적은 물건으로 난이도를 높여갑니다. 학생들의 '척 보고' 아는 능력의 개인차를 인정하고 서로의 경험을 공유하도록 합니다.
2. '일대일 대응'으로 물건 비교하기
 - 목표: '일대일 대응'이 수를 세기 전에 양을 비교하는 기본적인 방법임을 이해하게 한다.
 - 교사 가이드: 다양한 종류의 물건을 활용하여 활동의 재미를 더합니다. 활동 후 "세지 않고도 어떻게 알 수 있었을까?" "이 방법이 없었다면 불편한 점은 무엇이였을까?" 등의 질문을 통해 수학적 사고의 중요성을 강조합니다.
3. '나만의 삼각수/사각수 돌맹이 놀이'
 - 목표: 피타고라스처럼 도형을 통해 수의 규칙을 발견하는 즐거움을 경험하게 한다.

- 교사 가이드: 삼각수와 사각수뿐만 아니라 오각수, 육각수 등 다양한 다각수를 만들어보게 하거나, 자신만의 새로운 수 배열을 만들어보도록 격려하여 창의력을 자극합니다. "피타고라스 할아버지가 이 놀이를 왜 수학적 경험이라고 불렀을까?" 질문을 던져 수학적 깨달음의 순간에 대해 이야기 나눠봅니다.
4. '수직선 속 무리수 찾아보기'
- 목표: 무리수의 존재를 시각적으로 이해하고, 수직선이 정수/유리수만으로 채워지지 않는다는 사실을 깨닫게 한다.
 - 교사 가이드: $\sqrt{2}$ 외에 다른 무리수 (예: $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$)의 위치를 찾는 방법을 함께 탐구해볼 수 있습니다. 무리수가 '괴물 수'라고 불린 이유와, 수학자들이 그 존재를 받아들이기까지의 과정을 설명하여 수학의 발전이 얼마나 치열했는지 알려줍니다.
5. '일상생활 속 수학 포토 에세이' 만들기
- 목표: 수학이 우리 생활에 얼마나 밀접하게 연결되어 있는지 구체적인 사례를 통해 확인하고, 수학의 실용적 가치를 체감하게 한다.
 - 교사 가이드: 학생들이 촬영한 사진을 모아 발표 시간을 갖거나, 교실 게시판에 전시하여 다른 친구들의 아이디어를 공유합니다. 각 사진 속에 숨어 있는 수학적 원리를 함께 토론하고, 수학이 없는 세상을 상상해봄으로써 수학의 중요성을 더욱 강조합니다.